

825 高等代数 考试大纲

一、考试性质与范围

高等代数是高等学校数学专业的基础课之一，主要研究线性空间的理论，也兼顾一部分多项式和代数基本知识，考试内容主要包括矩阵、行列式和线性空间等相关理论。要求学生对相关的概念把握清楚，在此基础上展开对相关理论和分析问题的处理。

二、考试基本要求

测试考生对于高等代数相关基本概念、基础理论的掌握和运用能力。考试过程中不允许使用计算器。

三、考试内容

1. 集合及运算，等价关系，映射、数域.

2. 多项式

带余除法，整除性，最大公因式的定义、性质、算法，多项式的唯一分解定理，重因式及其判断方法、不可约多项式及性质，余式定理及其应用，代数学基本定理，复系数、实系数多项式在相应数域中的分解形式，根与系数的关系定理，本原多项式，Gauss 引理，Eisenstein 判别法.

3. 矩阵

矩阵的基本运算，矩阵的初等变换，矩阵的相抵和标准形、矩阵的逆及其计算，矩阵的分块运算，初等矩阵，分块乘法的初等变换，矩阵的秩和秩的基本性质.

4. 线性空间

线性空间的概念及重要的线性空间实例，向量的线性相关、线性无关，基、维数的概念，坐标变换和过渡矩阵，线性子空间的条件，子空间的和与交，直和的等价条件，线性空间的同构.

5. 线性映射

线性映射的定义及矩阵表示, 线性映射的像与核, 基和维数的关系, 线性变换的定义及矩阵表示, 线性变换的运算, 不变子空间的定义及相关结论, 线性变换的特征值与特征向量的定义与性质, 矩阵对角化.

6. 欧氏空间

内积, 度量矩阵, 标准正交基, 同构, 正交化和正交子空间, 正交变换, 对称变换.

7. 二次型

二次型, 二次型的标准形, 惯性定理, 正定二次型及半正定等充要条件.

8. 线性方程组

Gauss 消元法、线性方程组的解的结构及求解方法.

9. 行列式

逆序, 行列式性质与计算, 行列式按一行(列)展开, Cramer 法则, Laplace 定理, 乘法规则.

10. 相似标准形

特征值与特征向量的计算, 对称矩阵的标准形的计算, 特征多项式与最小多项式, Cayley-Hamilton 定理, 矩阵对角化的条件, Jordan 标准形, λ -矩阵, 初等因子, 不变因子.

四、参考书

1. 申亚男、李为东编著,《高等代数》, 机械工业出版社, 2015 年 9 月, 第 1 版
2. 北京大学数学系前代数小组编,《高等代数》, 高等教育出版社 2019, 第 5 版
3. 许以超编,《线性代数与矩阵论》, 高等教育出版社, 1992 年, 第 1 版

4. 谢启鸿、姚慕生、吴泉水编著，《高等代数学》，复旦大学出版社，2022 年，第 4 版
5. 丘维声编，《高等代数》，高等教育出版社，1996 年，第 1 版