

# 610 单考数学 考试大纲

## 一、考试性质与范围

单独数学科目的考试内容涵盖一元微积分学、多元微积分学、常微分方程等内容。要求学生清楚把握相关概念，在此基础上展开对相关理论和问题的分析处理。

## 三、考试内容和考试要求

### （一）一元微积分学

#### 1、函数、极限、连续

##### 考试内容

函数的概念及表示法，函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性，复合函数、反函数、分段函数和隐函数，基本初等函数的性质及其图形，初等函数，函数关系的建立。数列极限与函数极限的定义及其性质，函数的左极限和右极限，无穷小量和无穷大量的概念及其关系，无穷小量的性质及无穷小量的比较，极限的四则运算，极限存在的两个准则：单调有界准则和夹逼准则，两个重要极限。函数连续的概念，函数间断点的类型，初等函数的连续性，闭区间上连续函数的性质。

##### 考试要求

- （1）理解函数的概念，掌握函数的表示法，会建立应用问题的函数关系；
- （2）了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性；
- （3）理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念；
- （4）掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念；
- （5）理解数列极限和函数极限（包括左极限与右极限）的概念，以及函数极限存在与左右极限之间的关系；
- （6）了解极限的性质与极限存在的两个准则，掌握极限的四则运算

法则，掌握利用两个重要极限求极限的方法；

(7) 理解无穷小量的概念和基本性质，掌握无穷小量的比较方法，了解无穷大量的概念及其与无穷小量的关系；

(8) 理解函数连续性的概念（含左连续和右连续），会判别函数间断点的类型；

(9) 了解连续函数的性质和初等函数的连续性，理解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理），并会应用这些性质。

## 2、一元函数微分学

### 考试内容

导数和微分的概念，导数的几何意义，函数的可导性与连续性之间的关系，平面曲线的切线与法线，导数和微分的四则运算，基本初等函数的导数，复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法，高阶导数，微分形式不变性，微分中值定理，洛必达法则，函数单调性的判别，函数的极值，函数图形的凹凸性、拐点及渐近线，函数图形的描绘，函数的最大值与最小值。

### 考试要求

(1) 理解导数的概念及可导性与连续性之间的关系，理解导数的几何意义，会求平面曲线的切线方程和法线方程，理解函数的可导性和连续性之间的关系；

(2) 掌握基本初等函数的导数公式、导数的四则运算法则及复合函数的求导法则，会求分段函数的导数，会求反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的导数，了解高阶导数的概念，会求简单函数的高阶导数；

(3) 了解微分的概念、导数与微分之间的关系以及一阶微分形式不变性，会求函数的微分；

- (4) 掌握罗尔定理、拉格朗日中值定理，柯西中值定理的应用；
- (5) 掌握用洛必达法则求未定式极限的方法；
- (6) 掌握函数单调性的判别方法，了解函数极值的概念，掌握函数极值、最大值和最小值的求法及其应用；
- (7) 会用导数判断函数图形的凹凸性，会求函数图形的拐点和渐近线（含水平、铅直和斜渐近线）；
- (8) 会描绘函数的图形。

### 3、一元函数积分学

#### 考试内容

原函数和不定积分的概念，不定积分的基本性质，基本积分公式，定积分的概念和基本性质，定积分中值定理，积分上限的函数及其导数，牛顿-莱布尼茨公式，不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法，反常（广义）积分，定积分的应用。

#### 考试要求

- (1) 理解原函数、不定积分和定积分的概念，掌握不定积分基本公式，掌握不定积分性质及其换元积分法和分部积分法；
- (2) 掌握定积分中值定理，理解积分变限函数并会求它的导数，掌握牛顿-莱布尼茨公式；掌握定积分的性质，以及定积分的换元积分法和分部积分法；
- (3) 了解广义积分的概念，会计算广义积分；
- (4) 会利用定积分计算平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积。

### (二) 多元函数微积分学

#### 1、多元函数微分学

#### 考试内容

多元函数的概念，二元函数的几何意义，二元函数的极限与连续的

概念，有界闭区域上多元连续函数的性质。多元函数的偏导数和全微分，全微分存在的必要条件和充分条件，多元复合函数、隐函数的求导法，二阶偏导数。掌握方向导数和梯度的计算及两者的关系，空间曲线的切线和法平面，空间曲面的切平面和法线，多元函数的极值和条件极值，多元函数的最大值、最小值及其简单应用。

### 考试要求

- (1) 理解多元函数的概念，理解二元函数的几何意义；
- (2) 了解二元函数的极限与连续的概念以及有界闭区域上连续函数的性质；
- (3) 理解多元函数偏导数和全微分的概念，会求全微分，了解全微分存在的必要条件和充分条件，了解全微分形式不变性；
- (4) 理解方向导数与梯度的概念，并掌握其计算方法；
- (5) 会求多元复合函数一阶、二阶偏导数，会求多元隐函数的一阶偏导数；
- (6) 会求空间曲线的切线和法平面方程以及空间曲面的切平面和法线方程；
- (7) 理解多元函数极值和条件极值的概念，掌握多元函数极值存在的必要条件，了解二元函数极值存在的充分条件，会求二元函数的极值，会用拉格朗日乘数法求条件极值，会求简单多元函数的最大值和最小值，会解决一些简单的应用问题。

## 2、多元函数积分学

### 考试内容

二重积分与三重积分的概念、性质、计算和应用，两类曲线积分的概念、性质及计算，格林公式及其应用，平面曲线积分与路径无关的条件，两类曲面积分的概念、性质及计算，高斯公式及其应用。

### 考试要求

- (1) 理解二重积分、三重积分的概念，了解重积分的性质，了解二重积分的中值定理；
- (2) 掌握二重积分的计算方法(直角坐标、极坐标)，会计算三重积分(直角坐标、柱面坐标、球面坐标)；
- (3) 理解两类曲线积分的概念，掌握两类曲线积分的计算；
- (4) 掌握格林公式并会运用平面曲线积分与路径无关的条件；
- (5) 了解两类曲面积分的概念、性质和计算，会用高斯公式计算曲面积分；
- (6) 会用重积分求平面图形的面积、空间立体的体积。

### **(三) 常微分方程**

#### **考试内容**

常微分方程的基本概念，变量可分离的微分方程，齐次微分方程，一阶线性微分方程，全微分方程，可降阶的高阶微分方程，线性微分方程解的性质及解的结构定理，常系数齐次线性微分方程的通解，简单的二阶常系数非齐次线性微分方程的通解。

#### **考试要求**

- (1) 了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等概念；
- (2) 掌握变量可分离的微分方程及一阶线性微分方程的解法；
- (3) 会解齐次微分方程和全微分方程，会用简单的变量代换解某些微分方程；
- (4) 会求可降阶的高阶微分方程；
- (5) 理解线性微分方程解的性质及解的结构；
- (6) 掌握常系数齐次线性微分方程的解法，并会求解常系数齐次线性微分方程，会解非齐次项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数以及它们的和与乘积的二阶常系数非齐次线性微分方程。

### **三、参考书**

1. 同济大学数学科学学院编,《高等数学》,高等教育出版社,2023 年,第八版.